

$$1 \neq 0.99999 \dots 9$$

Hugues GENVRIN

4 février 2026

Démonstration. Faisons l'hypothèse que $1 = 0.99999 \dots 9$, alors on peut faire l'hypothèse de récurrence que tous les nombres du continu linéaire soient égaux à un. Pour commencer, on prend $0.99999 \dots 8 = 0.99999 \dots 9 - 0.00000 \dots 1$. On a $0.99999 \dots 8 = 1 - 0.00000 \dots 1 = 0.99999 \dots 9 = 1$. La propriété est donc vraie au rang $0.99999 \dots 8 = 1$. Supposons la propriété vraie pour $x \in [0; 1[$, donc $x - 0.00000 \dots 1 = 1 - 0.00000 \dots 1 = 0.99999 \dots 9 \Leftrightarrow x = 0.99999 \dots 9 + 0.00000 \dots 1 = 1$. La propriété est donc héréditaire.

On conclut que tous les éléments du continu linéaire sont égaux à un. On a donc une aporie, qui nous permet de dire que l'hypothèse de départ $1 = 0.99999 \dots 9$ est fausse.

$$1 \neq 0.99999 \dots 9$$

□