

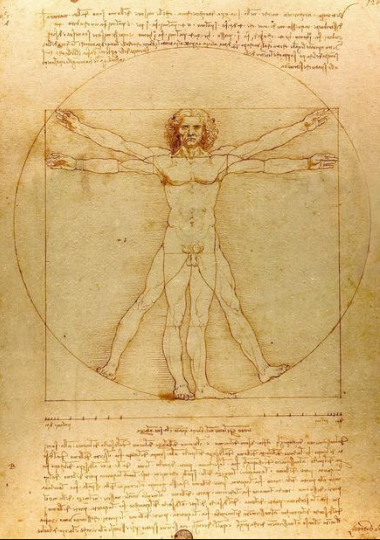
Stanley Kubrick « 2001 l'Odysée de l'espace » (1968)

N/A ? « L'univers » (-13.8 Mda)

Métathéorie épistémologie

Hugues Genvrin 05/2014





Etat de l'art

Epistémologie I

La dialectique hégélienne

$A \wedge \bar{A} \vdash S$

On reprend le schéma de la dialectique hégélienne, on en dérivera une nouvelle dialectique ne visant pas à porter la raison dans la nature, davantage dans un système formel censé interpréter la réalité suivant un certain modèle.

Définitions

- ▶ **L'épistémologie** est une étude sur la connaissance.
- ▶ On considère la science comme une connaissance d'un genre particulier.
- ▶ L'épistémologie interroge la nature et la valeur des principes, des concepts et des résultats de science.

Léna Soler « Introduction à l'épistémologie »

Approche de l'épistémologie

- ▶ Nous visons une épistémologie en tant que métathéorie de la connaissance.
- ▶ **Ambition**
 - ▶ Différente du positivisme logique en science expérimentale, elle relèverait davantage d'une *Mathesis Universalis*.
 - ▶ Sa formalisation ultime se voudrait suivant le modèle des catégories en mathématique, permettant une formulation des sciences dites rationnelles.
 - ▶ Aussi on retrouvera des diagrammes qui formeront le cœur de la construction.
- ▶ **Objectifs**
 - ▶ S'éloigner d'une approche antropomorphique.
 - ▶ Deux angles d'attaque : réflexif et pragmatique.

Corpus d'épistémologie **réflexive**

- ▶ Qu'est-ce que **la science** ?
- ▶ Qu'est-ce que **la réalité** ?
- ▶ Qu'est-ce que **la vérité** ?
- ▶ Qu'est-ce qu'**une expérience** ? **une observation** ?
- ▶ Qu'est-ce qu'**un fait** ?
- ▶ Qu'est-ce qu'**une théorie** ?
- ▶ Qu'est-ce qu'**une argumentation** ?

Collectif in Science et Avenir Hors-série décembre 2002 – Janvier 2003 « La science en dix questions »

- ▶ **Sémantique** d'une théorie ?
- ▶ Différence théorie hypothético-déductive & Sciences exp.

Corpus d'épistémologie **pragmatique**

- ▶ Ce corpus dépend des réponses aux question réflexive.
 - ▶ Ex : si je ne crois pas avoir accès à la réalité d'un monde ..., si je ne crois pas à la logique bi-valente quel est le sens de produire des énoncés vrais ?
- ▶ Comment faire de la **science** ?
- ▶ Comment produire une **théorie** ?
- ▶ Peut-on se déprendre de l'antropomorphisme ?
- ▶ Connaître le **monde** ou une restriction du monde ?
- ▶ **Logique**
 - ▶ Consistance,
 - ▶ Cohérence,
 - ▶ Décidabilité.
- ▶ **Le holisme**
- ▶ Qu'est-ce que le **progrès** ?

La métathéorie de l'épistémologie comme Mathesis universalis

D'un programme à une problématique vers **une science**

Mathesis = idée de 1^o science, davantage que de « mathématique universelle »

Proclus

Aristote

Descartes : *elle serait une généralisation de la géométrie algébrique*

Leibnitz : *référence à l'ars combinatoira et à la characteristic universalis*

Bolzano

Husserl : « le chemin qui m'a conduit à la phénoménologie fut essentiellement déterminé par la Mathésis Universalis ».

Russel : pense que sa logique symbolique des principia mathematica est la Mathésis Universalis.

XIX^o, elle se solde par un échec

XXI^o Projet de construction d'une mathesis à partir des découvertes infra-algébriques, de la théorie de la hiérarchie des jauges, des méismes...



Arkhéctoniques

Epistémologie II

Principes Métaphysiques

Principe fondationnel

Définition 2. *Est-dit fondationnel ce qui sert de fondement.*

C'est donc le principe sur lequel se baseront toutes les dérivations et lois dans n'importe quel langage.

Définition 3. *On appelle **entité** une **chose** qui peut-être matière ou immatérielle.*

Définition 4. *On appelle **système** une ensemble d'entités, considérées comme formant un tout.*

Définition 5. *Une entité matérielle peut être du type **quantité** (*quantitas*) ou **quantum**, relativement à un système donné.*

Définition 6. *On appelle **phase** du système un ensemble d'états où il présente une structure homogène.*

Définition 7. *On appelle **monde** l'ensemble de tous les systèmes, dans une perspective donnée.*

Principe 1 (Principe de décomposition entropique). *Toute relation du système avec son environnement (intérieur ou extérieur) se fait sous le mode d'un calcul λ limité dans une phase précise, par des ressources ϕ , qui permettent de lui associer une potentialité (π).*





Metathéorie arkhéctonique

Epistémologie III

Point de vue réflexif

- ▶ La **science** : c'est un ensemble de théories recouvrant une réunion homogène de restriction de monde présentant un champ d'interprétation du modèle global, suivant l'utilisation de théorie déductives, visant à expliquer et prévoir le monde.
- ▶ Une **expérience** est la confrontation des restrictions du monde semblables, sous deux arkhéctoniques et méthodes déductives identiques pour comparer les champs d'interprétation et en tirer une conclusion sur les différences des restrictions.

Point de vue réflexif

▶ La réalité :

- ▶ On distingue la réalité du modèle indépendante de l'arkhéctonique (das realität), de la réalité du modèle dans le sens s'une interprétation par l'arkhéctonique (die wirklichkeit).

▶ La vérité :

- ▶ On a vu montré dans Complexions la notion de vérité entropique. (insérer graphique latex p 177).

▶ Un fait :

- ▶ On a montré qu'un fait était l'interprétation d'un événement du monde dans l'ensemble des énoncés. Il se projette dans la restriction du monde en tant que fait du modèle, ou fait modélisé.

Epistémologie réflexive : une théorie

- ▶ Une théorie vise à comprendre une restriction du monde qu'on appellera modèle et qui sera noté \mathcal{M} .
- ▶ Le modèle est un ensemble composé d'événements notés M de \mathcal{M} .

Définition 79 (Arkhéctonique). *Une arkhéctonique est un recueil d'énoncés décrivant une théorie ou une pratique, associée à une base algébrique étendue à son univers relationnel.*

Comment se structure une théorie

- ▶ Interconnexions des théories :
 - ▶ En biologie, on utilisera les statistiques pour démontrer des vérités expérimentales. On a là deux domaines éloignés.
- ▶ Une théorie \mathcal{T} est la mise en relation du modèle avec une arkhéctonique :

$$\mathcal{T} = MRA$$

Construction de l'arkhéctonique

- ▶ Suivant l'approche de Curry on retiendra trois temps :
- ▶ La **présentation** (qui est une interprétation du modèle)
- ▶ La **représentation** (qui est une interprétation des énoncés produits par l'arkhéctonique dans le modèle),
- ▶ **L'interprétation interne** qui est une interprétation indépendante de la représentation.

La présentation

▶ Morphologie

- ▶ Construction des composantes primitives
 - Symboles,
 - Enoncés.
- ▶ Assemblages des composantes
- ▶ Les mécanismes déductifs

Composantes primitives

- ▶ Construction des composantes primitives
 - ▶ Symboles élémentaires
 - Alphabet,
 - Mots
 - ▶ Symboles syntaxiques
 - Variables et constantes
 - Relationnels
 - Connexions logiques,
 - Dérivationnels
 - Jauges
 - Quantification,
 - Fonctions,
- ▶ Construction des énoncés primitifs
 - ▶ Nature
 - ▶ Type

Interprétations interne

- ▶ Les trois catégories d'indécidabilité
 - I. Indécidabilité fondamentale ou de Gödel,
 - II. Indécidabilité expérimentale (NNT)?
 - III. Indécidabilité entropique;

Structure de l'arkhéctonique associée

- ▶ On reprendra des éléments de « Complexions » qu'on complétera avec les éléments de « Mécanique classique ».

Définition 61 (Cas général d'une Arkhéctonique). *Une arkhéctonique est une représentation du monde dans le but de produire des énoncés doués de sens. Le sens pouvant être relatif strictement au SF ou relativement au modèle M.*

Structure arkhéctonique

1. Domaine de quantification réel,
2. Base algébrique étendue,
3. Alphabet,
 - (a) Symboles élémentaires ou constantes,
 - (b) Symboles syntaxiques,
 - i. Variables,
 - ii. Connecteurs,
 - iii. Quantificateurs,
 - iv. Qualificateurs,
 - v. Symboles relationnels,
 - (c) Relations,
 - (d) Termes premiers,
 - (e) Définitions premières,
 - (f) Axiomes,
 - (g) Postulats,
 - (h) Définitions,
 - (i) Enoncés démontrables,
 - i. Propositions,
 - ii. Lemmes,
 - iii. théorèmes,
 - iv. Tests statistiques,

Production d'énoncés suivant un certain formalisme

1- Une classe d'énoncés premiers

- Définitions premières
- Principe, axiomes, postulats,

2- Classe des énoncés synthétiques

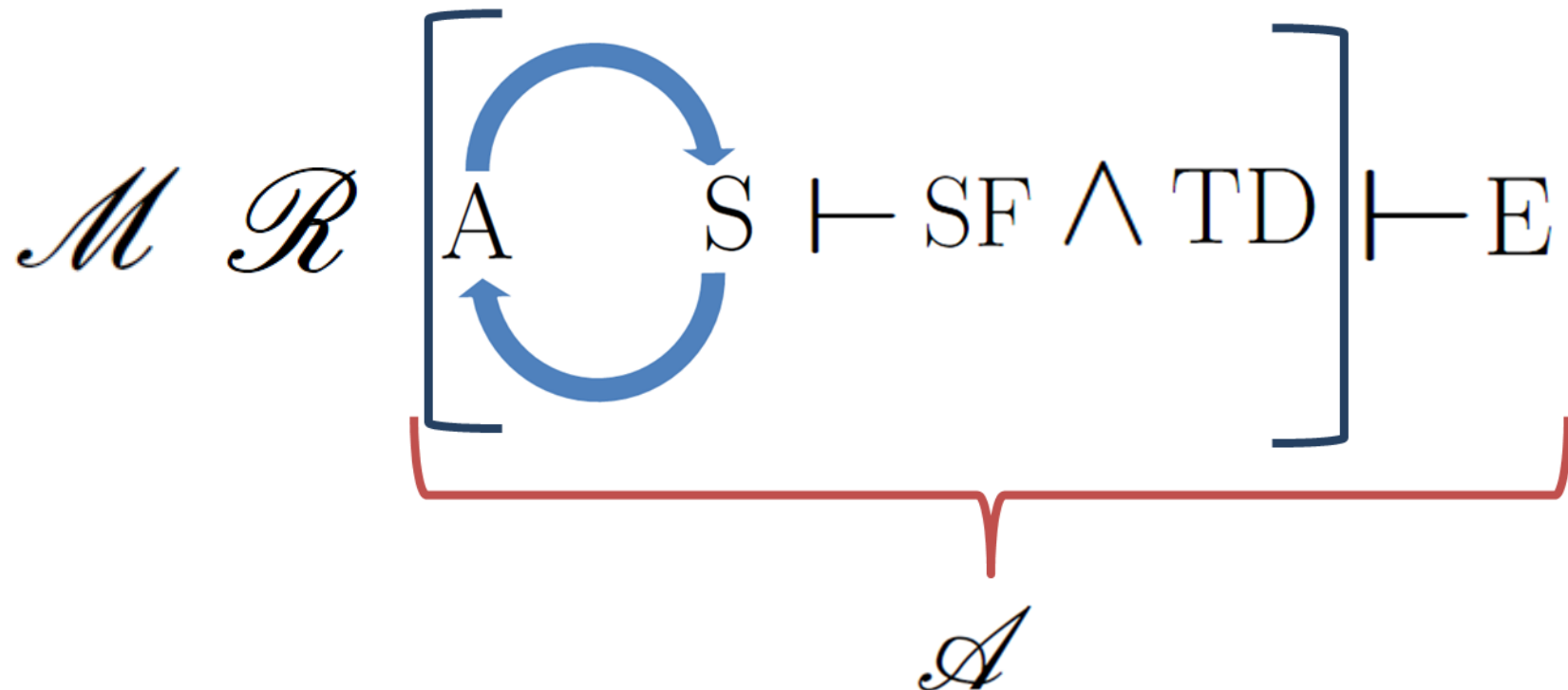
(Nécessite un modèle ou restriction du monde M)

3- Classe des énoncés analytiques

(Nécessite une théorie déductive TD)

Diagramme d'une arkhéctonique

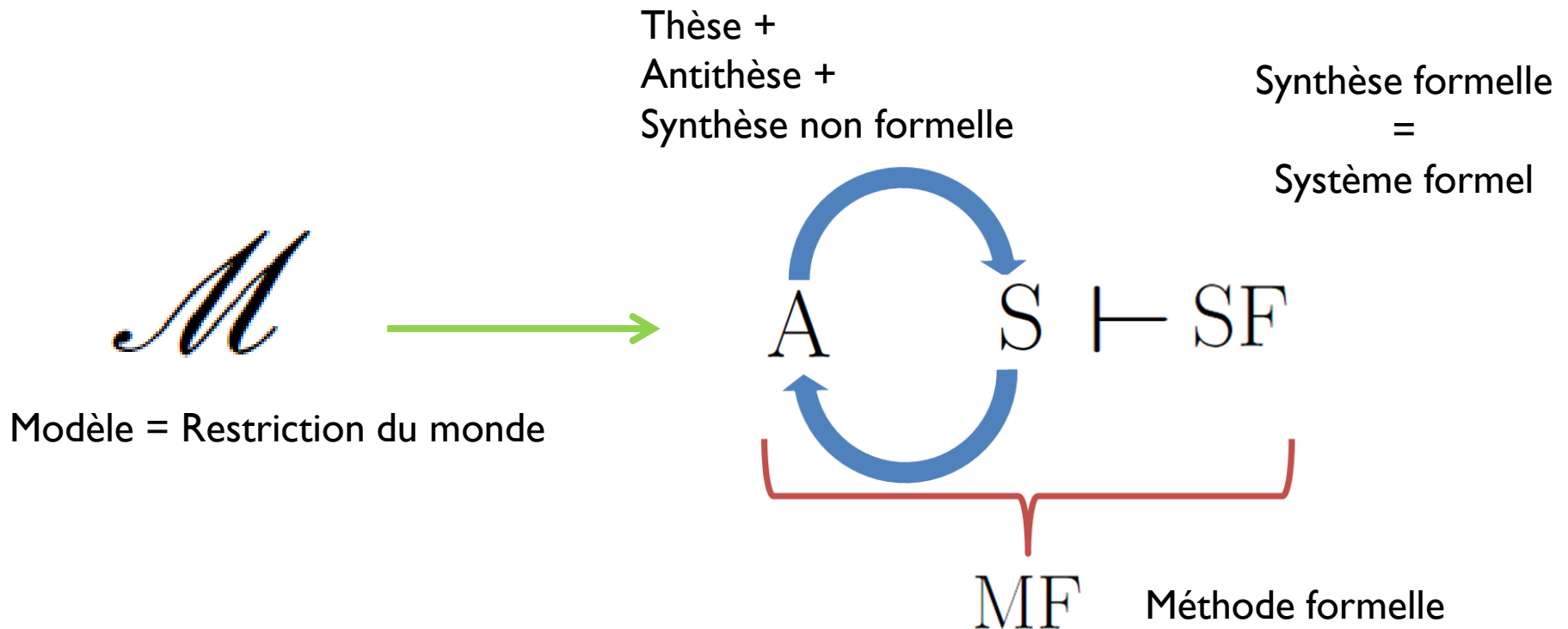
Le but est de pouvoir produire des énoncés sur le monde.



La dialectique formelle doit construire une boîte noire pour produire des énoncés sur le restriction du monde considéré

La dialectique formelle

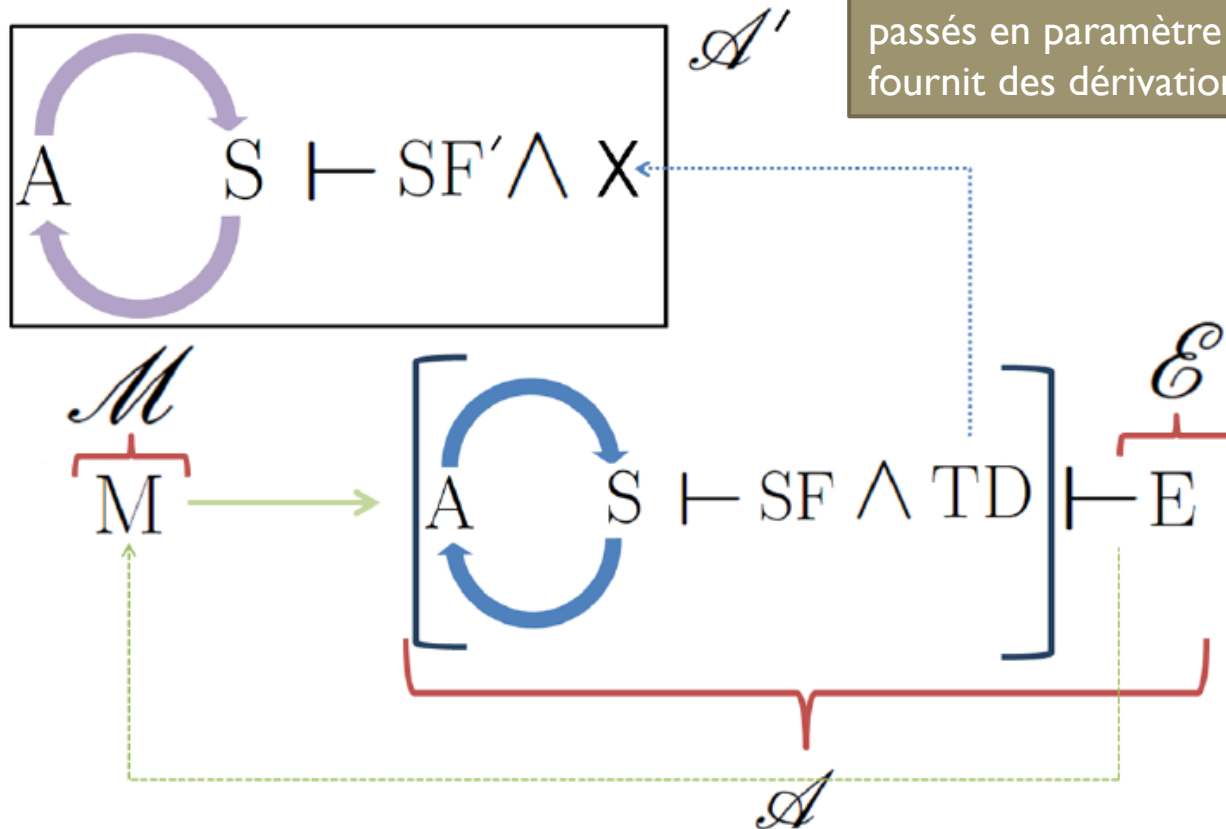
Définition 62 (Méthode formelle). *La méthode formelle est une dialectique pour faire émerger d'une restriction du monde appelé modèle : M une représentation appelée système formel SF, qui sera liée avec une théorie déductive TD pour produire des énoncés E pouvant être interprété sur le modèle M.*



Une théorie déductive

- ▶ THD : théorie hypothético-déductive
- ▶ TD : théorie déductive (basée sur les principes d'une arkhéctonique)
- ▶ A vrai dire une THD serait une TD, on les distinguera en tant qu'une THD n'est pas en relation avec le monde suivant un monde donné comme domaine.
- ▶ Par contre on peut envisager le monde comme co-domaine. (ex : la géométrie euclidienne).

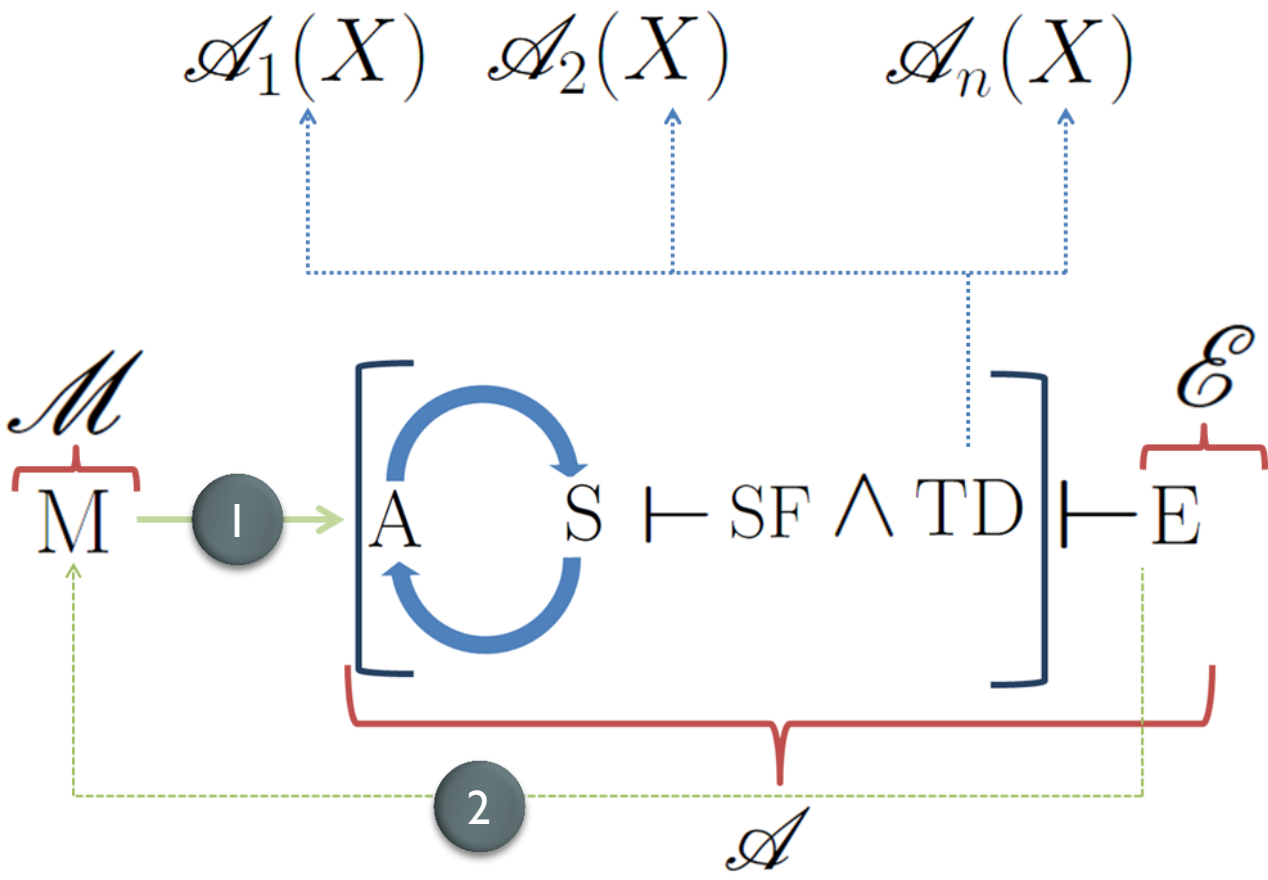
Une arkhéctonique à deux niveaux



Des éléments de TD variable de A sont passés en paramètre pour la THD A' qui fournit des dérivations sur A.

Double interprétations : pour construire le SF et pour rattacher les énoncés au monde.

La double interprétation



Implications : Relativité du fait

- ▶ Le monde se donne par des événements.
- ▶ Il n'existe que des interprétations du monde, et non des lectures. Le « fait » est imbriqué dans une théorie qui met en relation le monde et une arkhéctonique.

Transtypage Kantien

- ▶ Énoncés analytiques et synthétiques
- ▶ Non constructivité de certaines approches.
- ▶ Énoncés événementiels, entropie :
 1. L'événement peut-être de probabilité unitaire.
 2. Ou il peut-être une probabilité quelconque.

Classes d'arkhéctoniques

- ▶ Classe Secondaire : représentation par une arkhéctonique avec TD formalisée.
- ▶ Classe Primaire : c'est une représentation d'une restriction du monde basée sur une **arkhéctonique naturelle**.
 - ▶ Sens
 - ▶ Idées
 - ▶ Langage

Toute Axiomatique est formulée dans un Langage

▶ Symboles

▶ Alphabet

▶ Mots → Lexique

▶ Connecteurs

Définition 15 (Langage naturel - Li?). Un langage naturel est un ensemble d'assertions ou de prédicats qui vérifient une structure grammaticale, l'usage d'un lexique défini, et qui sont porteuses de sens.

▶ Enoncés :

▶ Proposition : Le rayonnement

▶ Assertion : La jeune femme en face de moi est très jolie

▶ Prédicats : Les voitures **X** sont faites en France

▶ Les Types de langages

▶ Les langages naturels & langages objets

SMS

Coucou...lol

« Catherine entra avec une brique chauffée dans l'âtre et enveloppée de chiffon de laine .»

30

Marguerite Yourcenar

1. $\forall x \neg (sx = 0)$
2. $\forall x \exists y (\neg (x = 0) \rightarrow sy = x)$
3. $\forall x \forall y (sx = sy \rightarrow x = y)$
4. $\forall x (x + 0 = x)$

Axiomatique de Péano



Arkhéctonique dynamique



Logique de la science

\mathcal{M}	M	Évènement du monde
\mathcal{D}	TD	Dérivations, Règles, symboles ...
\mathcal{F}	H $\{(\mathcal{M}, M); (\mathcal{E}, E); (\mathcal{E}, E)\}$	Énoncés dérivés

$$\begin{aligned} \iota : \mathcal{E} \times \mathcal{M} &\rightarrow (0; 1) \\ (E, M) &\mapsto \iota(E, M) \end{aligned}$$

Tous les énoncés sont porteurs d'une valeur de probabilité dans le système formel ainsi que d'une entropie.



Mécanisme de la réification

Définition 4 (Concept). *Un concept est une mise en relation de correspondance entre des éléments d'un domaine plus ou moins formalisé et d'un co-domaine donné qui pourra être le monde réel.*

Définition 5 (Définition). *Une définition est une mise en relation de correspondance entre un élément d'un domaine formalisé et des éléments d'un co-domaine donné qui pourra être le monde réel.*

Définition 6 (Réification). *Une réification est une mise en relation de correspondance entre une définition et un complexe matériel.*

$$\mathcal{T} = MRA$$

Une théorie est la mise en relation du modèle avec une arkhéctonique :



Stanley Kubrick « 2001 l'Odyssée de l'espace » (1968)

NIA ? « L'univers » (-13.8 Mda)

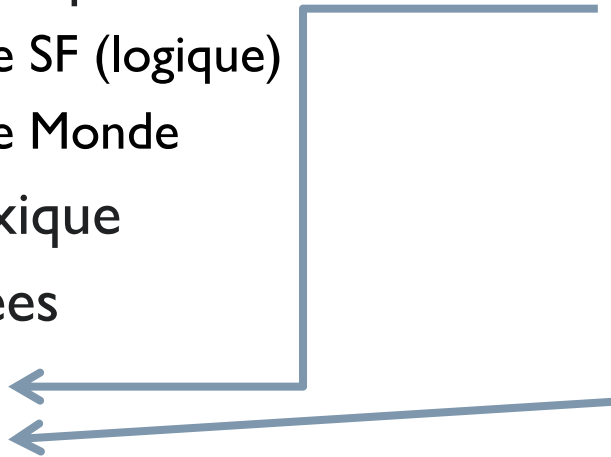
Ontologie (des énoncés)

▶ Prédicats

- ▶ Statut dérivationnel
 - ▶ Premiers (Analytique & Synthétique)
 - ▶ Dérivé (Analytique ou mix)
- ▶ Statut sémantique
 - ▶ Sens dans le SF (logique)
 - ▶ Sens dans le Monde
- ▶ Statut syntaxique
- ▶ Entités réifiées
 - ▶ Induites
 - ▶ Classiques

▶ Méthodes

- ▶ Arkhéctonique
- ▶ **Méthode formelle (MF)**
- ▶ Dérivation
- ▶ **TD** (théorie déductive)
 - ▶ Peut-être une THD ou théorie hypothético-déductive
- ▶ **Concepts**
- ▶ **Définitions**
- ▶ **Réifications**





Morphologie d'une arkhéctonique

Epistémologie I

Symboles

\mathcal{M}	Modèle ou restriction du monde
M	Évènement du modèle
\mathcal{E}	Ensemble des énoncés produits par l'arkhéctonique
E	Énoncés produits
SF	Système formel
MF	Méthode formelle
A	Analyse
S	Synthèse
\vdash	Symbole de dérivation entre deux énoncés
\longrightarrow	Mise en relation de correspondance entre deux ensembles
\mapsto	Mise en relation de correspondance entre deux éléments d'ensembles
\wedge	Conjonction

TABLE 10.1 – Les symboles du langage métathéorique

De l'indécidabilité

Définition 11 (Indécidabilité). *Une théorie est dite indécidable, si on ne peut pas montrer qu'il existe soit la proposition p , soit la proposition \bar{p} .*

1. l'indécidabilité fondamentale (dans l'esprit de Gödel),
2. l'indécidabilité de puissance (dans l'esprit des test d'hypothèses de la méthode expérimentale),
3. l'indécidabilité entropique.

L'indécidabilité fondamentale

Théorème 4 (Gödel (1)). *Dans n'importe quelle théorie récursivement axiomatisable, cohérente et capable de « formaliser l'arithmétique », on peut construire un énoncé arithmétique qui ne peut être ni prouvé ni réfuté dans cette théorie.*

Théorème 5 (Gödel (2)). *Si T est une théorie cohérente qui satisfait des hypothèses analogues, la cohérence de T , qui peut s'exprimer dans la théorie T , n'est pas démontrable dans T .*



« Caractéristique » d'une arkhéctonique

Epistémologie I

Considérations premières

- ▶ Symboles syntaxiques :
 - ▶ Constantes, variables, connecteurs, quantificateurs, symboles de fonctions et de relations.
- ▶ Alphabet : Ensembles des symboles élémentaires
- ▶ Mots
- ▶ Langage (L)
- ▶ Lexique : ensembles de mots d'un langage
- ▶ Enoncés (E) : Ensemble d'éléments du langage en relation.

Considérations infra-algébrique



Infra-algèbre

- ▶ L'entropie algébrique,
- ▶ Contingence entropique : énergie,
- ▶ La cyclicité,
- ▶ Extensions du corpus initial:
 - ▶ Prédicativité, quantum, quantitas,...
- ▶ Co-relations,
- ▶ Quantification,
- ▶ Projections, Capacité, Probabilités.



Jaugeage

1. Variables structurelles

- (a) Ensemble E
- (b) Eléments (x_i)
- (c) Les relations \mathcal{R}_i
- (d) Les ensembles quotients E/\mathcal{R}_i
- (e) les classes \hat{x}_i
- (f) Quantum

Terminologie

2. Variables entropiques \mathcal{H}

(a) Axe naturel

- i. Entropie de Structure \mathcal{H}
- ii. Entropie de Composition \mathcal{H}°
- iii. Entropie d'échange \mathcal{H}^∞
- iv. Entropie de chemin \mathcal{H}''

(b) Axe de la capabilité

- i. Entropie physique \mathcal{H}_ϕ
- ii. Entropie calculée \mathcal{H}_λ
- iii. Entropie potentielle \mathcal{H}_π



(c) L'entropie statistique : $\mathcal{H}^M = \text{Max}(\mathcal{H})$

L'entropie statistique est une entropie qui correspond à la valeur maximale que peut prendre une entropie dans un système à contraintes.



Principes Entropiques

- ▶ La **Capabilité** est l'aptitude d'un système à produire une interaction avec son environnement. C'est ce qu'on appelle un calcul au sens large du terme en fonction de ressources physiques, et d'un résidu qui est la potentialité.
- ▶ **L'axe Naturel** : tout en entité existe dans la nature en tant que quantité ou quantum (objet doué de grandeur). En tant que quantités elle fait partie d'une structure, en tant que quantum elle peut être composé (de composants). On peut aussi voir un système comme un produit cartésien (échange)
- ▶ Voici les axes retenus :
 - ▶ Structure (phase)
 - ▶ Composition
 - ▶ Chemin

Equation Fondamentale

$$\mathcal{H}_\pi = \mathcal{H}_\phi - \mathcal{H}_\lambda$$

Théorèmes entropiques

Théorème 1. *L'entropie quotient est une fonction croissante du cardinal des classes : $\#E/\mathcal{R}_1$ d'un ensemble quotient E/\mathcal{R}_1 .*

$$\Pr(ST_2|ST_1) \geq \Pr(ST_1)$$

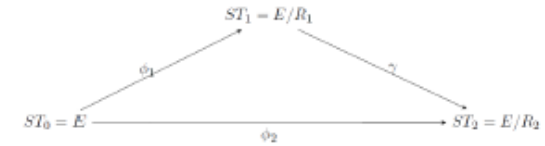


FIGURE 1 – Schéma de la transformation d'états

Théorème 2. *Entropie de chemin L'entropie de chemin $\mathcal{H} = \mathcal{H}(ST_2) - \mathcal{H}(ST_1)$ entre deux ensembles quotients E/\mathcal{R} de structures identiques mais de répartition différente est une fonction croissante de l'ordre des états.*

$$\Delta\mathcal{H} = \mathcal{H}_3 - \mathcal{H}_1 - \mathcal{H}_2 \geq 0$$

Théorème 3. *L'entropie d'un chemin inter ensembles quotients de structures différentes, s'il existe est une fonction croissante de l'ordre des chemins.*

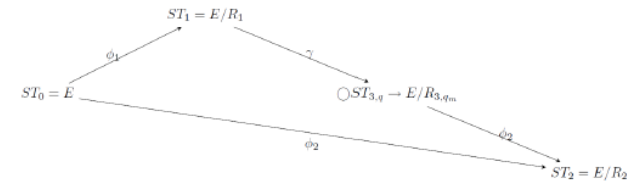
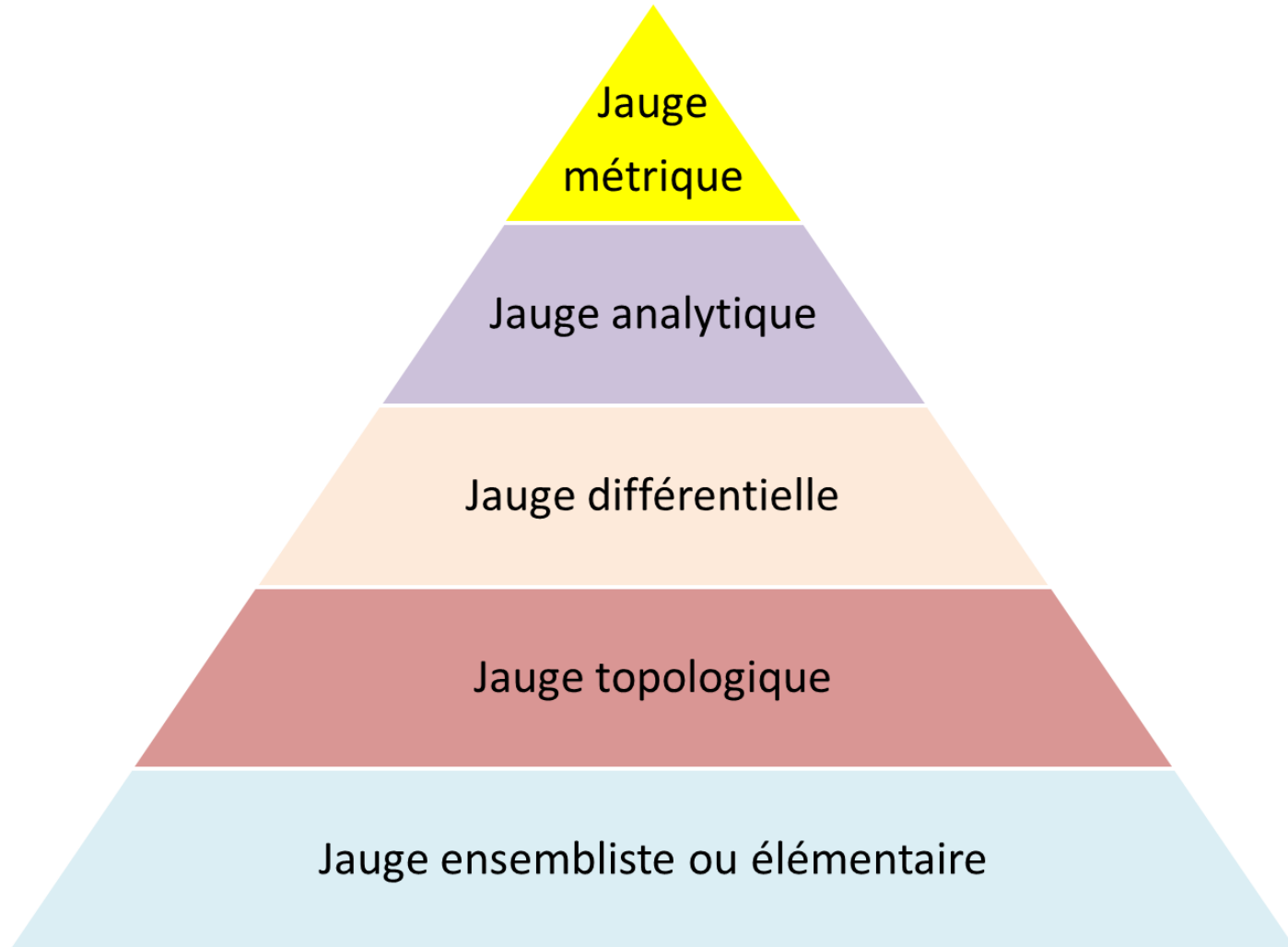


FIGURE 2 – Schéma de la transformation d'états inter-quotients

Théorème 4 (Entropie dite de "mélange"). *L'entropie du produit cartésien de deux ensembles quotients est supérieure à la somme des entropies des quotients initiaux.*

Théorème 5 (Dissipation de l'entropie de composition). *L'entropie de composition est inférieure à l'entropie de l'ensemble formé par la classe composante : $\mathcal{H}^{\circ} \leq \mathcal{H}^{\circ}$.*

Hiérarchie des jauges



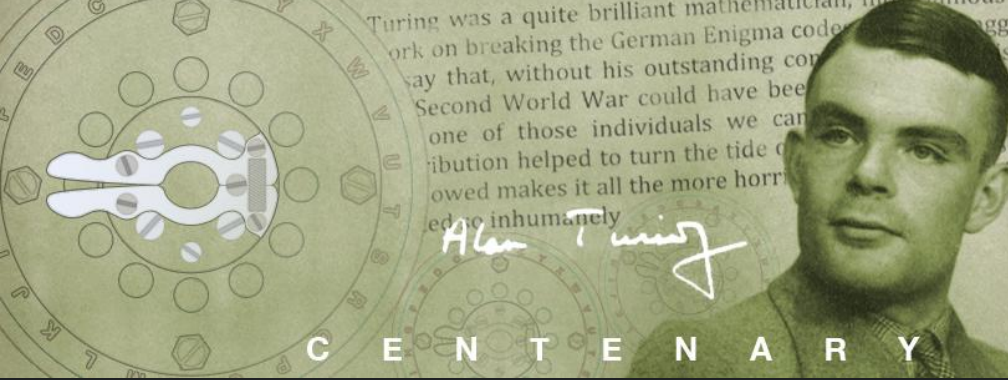
Métathéorie

- ▶ Une métathéorie est une théorie qui a pour but de concevoir des théories ayant une même ontologie.
- ▶ On veut construire une théorie qui produit des théories scientifiques, qui construit des connaissances indépendamment d'un individu.

- ▶ Quelle est l'ontologie de toute connaissance ?
- ▶ Méthodes pour la production d'énoncés doués de sens sur une restriction du monde.
 - ▶ La biologie fournit des énoncés sur le monde du vivant
 - ▶ La psychologie fournit des énoncés sur le monde de l'esprit.
 - ▶ Les mathématiques fournissent des énoncés sur un monde numérique, géométrique, ...

Characteristica universalis

- ▶ L'infra-algèbre,
 - ▶ Les jauges,
 - ▶ Les méismes,
 - ▶ Calcul entropique,
 - ▶ Concepts définitions, réifications.
-
- ▶ Vers une définition calculatoire d'une machine entropique.
 - ▶ L'entropie est-elle une jauge universelle pour le monde ?
 - ▶ L'entropie est-elle une jauge universelle pour la restriction au monde vivant ?



Calcul arkhéctonique

Epistémologie III

Calcul entropique

Corollaire 3 (Calcul entropique). *Une relation du système avec son environnement (intérieur ou extérieur) peut se faire sous le mode d'un calcul λ :*

λ est limité dans une phase précise,

λ est limité par des ressources ϕ ,

cette dernière contrainte permet de lui associer une potentialité résiduelle : π .

Voici la structure fonctionnelle retenue pour modéliser un calcul :

$$\begin{aligned} \kappa : \Phi \times \Pi &\rightarrow \Lambda \\ (\phi, \pi) &\mapsto \kappa(\phi, \pi) = \lambda \end{aligned}$$

On va distinguer deux types de calculs :

1. Calcul « unitaire ».
2. Séquences de calculs unitaires.



Séquence de calcul

Définition 113 (Calcul). *Un calcul est une séquence ou suite d'entropie calculée $\mathcal{H}_{\lambda,t}$ encadré par un input i où le système est identifié à la date $t = 0$ et un output o ou le système est identifié à la date $j = t + 1$, telle que :*

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\lambda,0} &= \mathcal{H}_m \\ \mathcal{H}_{\lambda,t+1} &= \mathcal{H}_m \\ \forall j \leq t, \mathcal{H}_{\lambda,j} &\leq \mathcal{H}_{\lambda,j+1}\end{aligned}$$

On se trouve dans un mécanisme récursif, où il faut ramener l'entropie à un certains niveau de saturation.

2 Modes de calculabilité

Une machine entropique (Axe naturel)

Automate entropique (Axe de la capabilité)

$$\rightarrow M_0 = (\mathcal{H}_\lambda^0 = 0, \mathcal{H}_\phi, \mathcal{H}_\pi)$$

$$\rightarrow (s, w) \vdash (q_1, w_1) \vdash \dots \vdash (q_n, \epsilon)$$

$$M_0 : H_\lambda^0 = \mathcal{H}_\phi^0 - \mathcal{H}_\pi^0$$

$$M_1 : H_\lambda^1 = \mathcal{H}_\phi^1 - \mathcal{H}_\pi^1$$

\vdots

$$M_k : \mathcal{H}_\lambda^k = \mathcal{H}_\phi^k - \mathcal{H}_\pi^k$$

Retrouver la structure de complexions pour déterminer un graphe dans un réseau à partir de l'entropie qui vaut la le logarithme de l'intensité d'un stimuli.

On envisage alors le réel comme un opérateur de décomplexion. (// avec l'individuation, la perception serait la perception d'un nombre en base logarithmique et coïncide avec une entropie physique à décomposer.)

(cf. loi de Weber-Fechner par ex.)

~~Voir notion de système frustré à partir du vase de Pythagore (Tantale).~~

Saturation du système : $\mathcal{H}_\lambda^k = 0$

Relaxation : Dissipation de l'entropie potentielle va décharge de l'énergie hors du système, et relaxation entropique

Projections axiomatiques

▶ Chargements sémantiques :

- ▶ Distance dans le langage naturel est une projection de convention de type probabiliste.
- ▶ Une probabilité nulle au niveau pré-axiomatique peut devenir une distance infinie dans une axiomatique et s'auto charger de dérivations de type théologiques,...

$$\begin{array}{ccc} E & \xrightarrow{f} & F \\ \nu_f \downarrow & & \uparrow \iota \\ \perp_j \prod_i [E/R_i] & \xrightarrow{\bar{f}} & \bar{f}(\perp_j \prod_i [E/R_i]) \end{array}$$

La néguentropie relative est associée au réductionnisme.

▶ L'entropie croissante et de règles en général dans les autres cas.